

ریاضی ہمراہ نم
آموزش سریع و آسان مفہیم ریاضی
یک صفحہ آموزش، یک صفحہ مثال

مولفان

زحرہ اسدی آقاقر

فاطمہ پورپور

انتہا لوج برتر



انتہا لوج برتر

| | |
|---------------------|---|
| سرشناسه | اسدی آقاباقر، زهرا، ۱۳۵۷ - |
| عنوان و نام پدیدآور | ریاضی همراه نهم: آموزش نهم: آموزش سریع و آسان مفاهیم ریاضی |
| مشخصات نشر | ورامین: لوح برتر، ۱۳۹۴. |
| مشخصات ظاهری | ۱۸۹ص: ۱۱ × ۱۷ س.م. |
| شابک | ۹۷۸-۶۰۰-۷۴۱۲-۱۰-۷ |
| وضعیت فهرست نویسی | فیبای مختصر |
| یادداشت | دسترسی به فهرست نویسی http://opac.nlai.ir |
| شناسه افزوده | بوربور، فاطمه، ۱۳۵۳ - |
| شماره کتابشناسی ملی | ۳۹۴۶۶۶۴ |



شماره‌ی پروانه‌ی نشر: ۹۶۹۷

| | |
|------------------------------|-------------------------|
| نام کتاب: | ریاضی همراه نهم |
| انتشارات: | لوح برتر |
| مؤلفان: | زهرا اسدی، فاطمه بوربور |
| ویراستار علمی: | زهرا تارنار |
| حروفچین: | هاجر سخنور |
| طرح جلد: | مجتبی حجازیان |
| نوبت چاپ: | اول ۱۳۹۴ |
| شابک: | ۹۷۸-۶۰۰-۷۴۱۲-۱۰-۷ |
| تیراژ: | ۲۰۰۰ |
| تلفن: | ۳۶۱۷۰۵۸۲ - ۳۶۱۷۳۶۲۰ |
| ایمیل: | lohebartar@gmail.com |
| سامانه ارسال و دریافت پیامک: | ۳۰۰۰۵۳۶۴۰۰۰۵۲۶ |
| بها: | ۱۰۰۰۰ تومان |

حقوق چاپ و نشر، محفوظ و مخصوص ناشر است.

فهرست

| | |
|--|-----|
| فصل اول: مجموعه‌ها | |
| آموزش درسیانه | ۶ |
| مثال و تمرین | ۷ |
| بیش‌تر بدانیم | ۲۴ |
| فصل دوم: عددهای حقیقی | |
| آموزش درسیانه | ۳۰ |
| مثال و تمرین | ۳۱ |
| بیش‌تر بدانیم | ۴۶ |
| فصل سوم: استدلال و اثبات در هندسه | |
| آموزش درسیانه | ۵۲ |
| مثال و تمرین | ۵۳ |
| بیش‌تر بدانیم | ۷۰ |
| فصل چهارم: توان و ریشه | |
| آموزش درسیانه | ۷۶ |
| مثال و تمرین | ۷۷ |
| بیش‌تر بدانیم | ۹۸ |
| فصل پنجم: عبارات‌های جبری | |
| آموزش درسیانه | ۱۰۶ |
| مثال و تمرین | ۱۰۷ |
| بیش‌تر بدانیم | ۱۳۲ |
| فصل ششم: خط و معادله‌های خطی | |
| آموزش درسیانه | ۱۳۸ |
| مثال و تمرین | ۱۳۹ |
| بیش‌تر بدانیم | ۱۵۸ |
| فصل هفتم: عبارات‌های گویا | |
| آموزش درسیانه | ۱۶۴ |
| مثال و تمرین | ۱۶۵ |
| بیش‌تر بدانیم | ۱۷۸ |
| فصل هشتم: مهم و مسامحت | |
| آموزش درسیانه | ۱۸۲ |
| مثال و تمرین | ۱۸۳ |
| بیش‌تر بدانیم | ۱۹۰ |

به نام او که هر چه داریم از اوست

مقدمه ناشر

با استقبال بی نظیر دانش آموزان عزیز از کتاب ریاضی همراه هفتم (فست بوک ریاضی هفتم) و درخواست بسیاری از دبیران فرهیخته متوسطه اول، مجموعه حاضر با نام «**ریاضی همراه نهم**» با رویکرد آموزشی، یک صفحه آموزش، یک صفحه مثال، طراحی و تدوین گردید.

ویژگی اصلی این کتاب آن است که اولاً تمام مباحث کتاب درسی پایه نهم را مطابق کتاب جدید التالیف دربرمی گیرد و ثانیاً با زبانی ساده، تمام مفاهیم ریاضی نهم را آموزش می دهد. به طور کلی صفحات زوج به آموزش و صفحات فرد به حل مثال، اختصاص داده شده است.

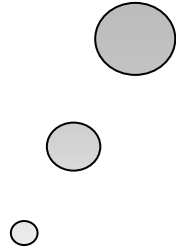
قابلیت حمل آسان و جامع بودن این کتاب برای دانش آموزان هیجان انگیز است و کار دبیران گرامی با استفاده از این مجموعه، در انتقال مفاهیم ریاضی به دانش آموزان، بسیار ساده و آسان خواهد شد. در پایان هر فصل برای دانش آموزان مستعدتر، مطالبی فراتر از سطح کتاب درسی با نام «بیش تر بدانیم» ارائه شده است. امید است این مجموعه مورد استقبال دبیران فرهیخته و دانش آموزان عزیز قرار گیرد. ان شاء الله

صادق گرجی

مدیر انتشارات لوح برتر

فصل اول

مجموعه‌ها





آموزش و درسیان

معرفی مجموعه

واژه‌ی مجموعه: در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیاء، کاملاً مشخص و غیرتکراری استفاده می‌شود.

اگر ماه‌های فصل پاییز را داخل دو آکولاد قرار دهیم و بنویسیم؛

{ آذر، آبان، مهر }

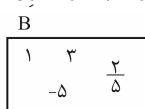
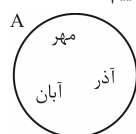
یک مجموعه تشکیل داده‌ایم که به هر یک از ماه‌های مهر، آبان و آذر یک عضو از این مجموعه می‌گوییم.

* اعضای مجموعه را با (و) یا (،) از هم جدا می‌کنیم.

* برای نامگذاری مجموعه‌ها از حروف بزرگ انگلیسی استفاده می‌کنیم.

* در نوشتن مجموعه‌ها، جابه‌جایی اعضا مهم نیست و با جابه‌جا کردن اعضا مجموعه‌ی جدیدی ساخته نمی‌شود.

* مجموعه را می‌توانیم با استفاده از یک منحنی یا خط شکسته بسته، نمایش دهیم که به آن، نمایش مجموعه با نمودار ون می‌گوییم.





مثال و تمرین

مثال (۱): مجموعه اعداد فرد یک رقمی را بنویسید.

پاسخ: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

مثال (۲): مجموعه اعداد زوج اول را بنویسید.

پاسخ: می‌دانیم که تنها عدد اول زوج ۲ است و بقیه عددهای زوج مرکب هستند.
 $B = \{2\}$

مثال (۳): مجموعه سه عدد فرد متوالی را بنویسید؟

پاسخ: برای تشکیل مجموعه باید عضوها کاملاً مشخص باشند و سلیقه‌ی ما در انتخاب آن‌ها نقشی نداشته باشد اما در این سؤال سه عدد فرد متوالی به سلیقه‌های مختلف می‌توانند نوشته شوند مثلاً:

۶۵, ۶۷, ۶۹ یا ۱۳, ۱۵, ۱۷

پس تشکیل مجموعه نمی‌دهند.

مثال (۴): کدام عبارت‌ها نشان دهنده‌ی مجموعه می‌باشند؟

سه شاعر معروف ایران (ب) مجموعه حروف بدون نقطه فارسی (الف)

پاسخ:

(الف) مجموعه است چون عضوهای آن کاملاً مشخص می‌باشد.
 (ب) مجموعه نیست چون در انتخاب اعضا سلیقه افراد دخالت دارد.

آموزش و درسیان

عضویت و مجموعه تهی

در مجموعه $\{5, \text{مریم}, \text{الف}, b\} = A$ برای نشان دادن این‌که 5 عضوی از مجموعه A است از نماد \in استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم $5 \in A$ که «5 عضو A است.» خوانده می‌شود و اگر بخواهیم بگوییم فاطمه عضو مجموعه A نیست از نماد \notin استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم $فاطمه \notin A$ که «فاطمه عضو A نیست.» خوانده می‌شود.

مجموعه‌ای را که هیچ عضوی نداشته باشد مجموعه تهی می‌نامیم و با نماد \emptyset یا $\{ \}$ نمایش می‌دهیم. مانند مجموعه اعداد طبیعی کمتر از صفر.

تمرین: با توجه به مجموعه مقابل درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

$$A = \left\{ 5, -3, \frac{2}{7}, 0.4, 1\frac{1}{2} \right\}$$

پاسخ:

- $-3 \in A$ (درست) $0.4 \notin A$ (نادرست)
 $7 \in A$ (نادرست) $-5 \notin A$ (درست)



مثال و تمرین

مثال: هر یک از مجموعه‌های زیر دارای چند عضو می‌باشد؟

$A = 11$ و 10 مجموعه اعداد طبیعی بین 10 و 11

$B = \{2, 3, 4, 3, 5, 3, 6, 3\}$

$C = \{5^2, (-5)^2, 25\}$

$D =$ مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی مضرب 7 که اول باشند

✓ پاسخ: مجموعه A تهی است و هیچ عضوی ندارد چون بین هر دو عدد طبیعی متوالی عدد طبیعی دیگری قرار ندارد.
مجموعه B دارای 5 عضو است چون در شمارش اعضای یک مجموعه، عضو تکراری فقط یک بار شمرده می‌شود.
مجموعه C نیز دارای یک عضو است؛ چون $5^2 = 25$ و $(-5)^2 = 25$.
مجموعه D دارای یک عضو است؛ چون اگر مضارب 7 را بنویسیم:
 $\{7, 14, 21, 28, \dots\}$ مضارب عدد طبیعی 7 تنها مضرب یک رقمی اول آن 7 است.

آموزش و درسیانه

مجموعه‌های برابر و زیر مجموعه

مجموعه‌های برابر: دو مجموعه A و B برابر هستند به شرط این‌که هر عضو A عضوی از B و هر عضو B عضوی از A باشد و می‌نویسیم $A = B$.
 اگر عضوی در A باشد که در B نباشد و یا در B باشد ولی در A نباشد آن‌گاه مجموعه A و B برابر نیستند یعنی $A \neq B$.
 زیرمجموعه: مجموعه A زیرمجموعه B است. اگر تمام اعضای A داخل B باشد، آن را به صورت $A \subseteq B$ می‌نویسیم.

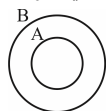
$$A = \{1, 2, 3\} \qquad B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

اگر بتوانیم عضوی از A بیابیم که در B نباشد می‌گوییم A زیرمجموعه B نیست و آن را به صورت $A \not\subseteq B$ می‌نویسیم.

* هر مجموعه، زیرمجموعه‌ی خودش است. $A \subseteq A$

* مجموعه‌ی تهی زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای می‌باشد. $\emptyset \subseteq F$

* اگر بخواهیم $A \subseteq B$ را با نمودار ون نمایش دهیم به صورت زیر خواهد بود.



* وقتی $A \subseteq B$ باشد همه‌ی اعضای A در B وجود دارد اما ممکن است عضوی در B باشد که در مجموعه‌ی A نباشد.



مثال و تمرین

کج مثال (۱): آیا دو مجموعه $A = \{۵, ۸, -۳\}$ و $B = \left\{۵, -۳, \frac{۱۵}{۳}, ۸\right\}$ هم برابرند؟

✓ پاسخ: بله، چون $B = \left\{۵, -۳, \frac{۱۵}{۳}, ۸\right\}$ پس همه‌ی اعضای A و B یکی هستند و این دو مجموعه برابرند.

کج مثال (۲): با توجه به مجموعه‌های زیر درستی یا نادرستی گزاره‌ها را مشخص کنید.

$$A = \left\{۱, \frac{۳}{۵}, -۲, ۵\right\} \quad B = \{۶, ۵\} \quad C = \{۵\} \quad D = \{-۲, ۵\}$$

✓ پاسخ:

$D \subseteq C$ (نادرست) $B \not\subseteq C$ (درست) $A \subseteq D$ (نادرست)
 $D \not\subseteq B$ (درست) $\emptyset \subseteq A$ (درست) $B \subseteq B$ (درست)

کج مثال (۳): تمام زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $A = \{۷, -۵, ۰\}$ را بنویسید؟

✓ پاسخ: برای مشخص کردن زیرمجموعه‌های یک مجموعه ابتدا از تهی شروع می‌کنیم. سپس مجموعه‌های یک عضوی، دو عضوی و ... را می‌نویسیم تا به خود مجموعه برسیم.

$$\emptyset, \{۷\}, \{-۵\}, \{۰\}, \{-۵, ۷\}, \{۷, ۰\}, \{۰, -۵\}, \{۷, -۵, ۰\}$$



فصل دوم

عددهای حقیقی

آموزش و درسیان

پیدا کردن چند کسر بین دو کسر

اگر بخواهیم کسری بین دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ بنویسیم می‌توانیم یکی از روش‌های زیر را استفاده کنیم:

روش اول استفاده از (مخرج مشترک): در این روش مخرج‌ها را یکی می‌کنیم و بعد کسری بین آن‌ها می‌نویسیم.

$$\frac{1 \times 2}{5 \times 2}, \quad \frac{1 \times 5}{3 \times 5}$$

$$\frac{2}{10}, \frac{5}{10} \Rightarrow \frac{2}{10} < \frac{3}{10} < \frac{4}{10} < \frac{5}{10}$$

روش دوم (استفاده از میانگین): چون میانگین هر دو عدد، بین آن دو عدد قرار دارد پس برای نوشتن کسری بین دو کسر می‌توانیم از میانگین آن دو کسر استفاده کنیم.

$$\frac{1}{5} < \frac{1+1}{5+2} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{5} < \frac{2}{7} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{5} < \frac{10}{20} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{5} < \frac{10}{20} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{5} < \frac{10}{20} < \frac{1}{2} < \frac{7}{20} < \frac{1}{2}$$

* بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.
* مجموعه عددهای گویا را نمی‌توان با نوشتن اعضا نمایش داد.



مثال و تمرین

کجایه مثال: بین دو کسر $\frac{3}{5}$ و $\frac{4}{7}$ ، سه کسر بنویسید.

پاسخ: ابتدا بین دو کسر مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{4 \times 5}{7 \times 5}, \quad \frac{3 \times 7}{5 \times 7}$$

$$\frac{20}{35}, \quad \frac{21}{35}$$

چون ۲۰ و ۲۱ متوالی هستند و بین آن‌ها عدد دیگری نیست کافی است صورت و مخرج هر دو کسر را در عددی که یک واحد بیش‌تر از تعداد خواسته شده باشد ضرب کنیم؛ مثلاً در این سوال چون سه کسر خواسته شده هر دو کسر را در ۴ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{20 \times 4}{35 \times 4}, \quad \frac{21 \times 4}{35 \times 4}$$

$$\frac{80}{140}, \quad \frac{84}{140}$$

$$\frac{80}{140} < \frac{81}{140} < \frac{82}{140} < \frac{83}{140} < \frac{84}{140}$$

فصل هفتم
عبارت‌های گویا



آموزش و درسیانه

عبارت گویا

عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن چندجمله‌ای باشد.

$$\frac{x+2}{x-5}, \frac{-a}{b}, \frac{2x+\sqrt{5}}{x^2}$$

مانند:

- * در عبارت گویا، متغیر نباید زیر رادیکال یا داخل قدرمطلق باشد.
- * یک عبارت گویا، نشان‌دهنده‌ی یک عدد است که با جای‌گذاری مقدارهایی برای متغیرهایش محاسبه می‌شود.

تمرین (۱): مقدار عبارت گویای $\frac{x}{x+1}$ ، به ازای $x=4$ را به دست آورید.

پاسخ: در عبارت گویا جای x مقدار ۴ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$$

- * مقادیری از متغیر که به ازای آن‌ها مخرج کسر صفر می‌شود را نمی‌توان به جای متغیر در عبارت جبری قرار داد. زیرا مخرج مساوی صفر می‌شود و یک عبارت تعریف نشده به حساب می‌آید.

تمرین (۲): عبارت گویای $\frac{6x^2-1}{2x-4}$ به ازای $x=2$ تعریف نشده است. چرا؟

پاسخ: زیرا اگر در مخرج مقدار ۲ را قرار دهیم مخرج مساوی صفر می‌شود و تبدیل به یک کسر تعریف نشده می‌شود.

$$\frac{6(2)^2-1}{2 \times 2-4} = \frac{23}{0}$$



مثال و تمرین

مثال (۱): کدام یک از عبارتهای زیر گویا نیستند؟

$$\frac{xy + x^2 + 1}{x^2 + y^2}, 4xy^2, |x - y|, \sqrt{x} + 1, 5, 3x + 7$$

پاسخ: $|x - y|$ گویا نیست، چون متغیر داخل قدرمطلق است.

$\sqrt{x} + 1$ گویا نیست، چون متغیر زیر رادیکال است.

مثال (۲): هر یک از عبارتهای زیر به ازای چه مقادیری تعریف نشده است؟

$$\text{الف) } \frac{3 + x}{(x + 2)(x - 5)} \quad \text{ب) } \frac{2x}{x^2 - 9}$$

پاسخ: برای این که بدانیم عبارت به ازای چه مقادیری تعریف نشده است

باید مخرج را مساوی صفر قرار دهیم، چون حاصل ضرب صفر شده است پس حداقل یکی از این عبارتها صفر است.

$$\text{الف) } \frac{3 + x}{(x + 2)(x - 5)} \Rightarrow (x + 2)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$

$$\text{ب) } \frac{2x}{x^2 - 9} \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

قسمت (الف) به ازای $x = -2$ و $x = 5$ و قسمت (ب) به ازای $x = +3$ و $x = -3$ تعریف نشده است.



فصل هشتم

حجم و مساحت

آموزش و درسیانه

حجم و مساحت کره

برای محاسبه حجم و مساحت کره‌ای به شعاع R از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{حجم کره}$$

$$S = 4\pi R^2 \quad \text{مساحت کره}$$

* مساحت رویه‌ی یک نیم کره به شعاع R ، دو برابر مساحت دایره‌ای است که نیم کره روی آن قرار گرفته شده (قاعده‌ی نیم کره).

تمرین: کره‌ای داخل یک استوانه به قطر و ارتفاع ۶ سانتی‌متر محاط شده است. حجم کره و استوانه را بیابید. حجم فضای بین کره و استوانه را نیز پیدا کنید.

پاسخ: وقتی گفته شده که کره داخل استوانه محاط شده یعنی کره به طور کامل داخل استوانه قرار گرفته و از اطراف و بالا و پایین بر استوانه مماس است.

$$\begin{aligned} \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} &= \text{حجم استوانه} \\ \pi r^2 &= \text{مساحت قاعده} \\ &= 3/14 \times 3 \times 3 \times 6 = 169/56 \end{aligned}$$

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times 3 \times 3 \times 3 = 113/04$$

$$\begin{aligned} \text{حجم کره} - \text{حجم استوانه} &= \text{حجم فضای بین استوانه و کره} \\ &= 169/56 - 113/04 = 56/52 \end{aligned}$$



مثال و تمرین

کجک مثال (۱): مساحت یک کلاه به شکل رویه‌ی یک نیم‌کره به شعاع ۸ سانتی‌متر را بیابید.

پاسخ:

$$\text{مساحت رویه‌ی نیم‌کره} = 2\pi R^2 = 2 \times 3.14 \times 8 \times 8 = 401.68$$

کجک مثال (۲): یک گوی کروی توپُر را از وسط به دو نیم‌کره تقسیم کرده و آن را داخل سطل رنگ می‌اندازیم، مساحت قسمت رنگی را بیابید. (شعاع کره = ۲)

پاسخ:

چون کره توپُر بوده است پس نیم‌کره‌ی به دست آمده یک سطح رویه دارد و یک سطح دایره‌ای که رویه، روی آن قرار گرفته است پس داریم:

مساحت قاعده نیم‌کره + مساحت رویه‌ی نیم‌کره

$$= 2\pi R^2 + \pi R^2 = \frac{2 \times 3.14 \times 2 \times 2}{25.12} + \frac{3.14 \times 2 \times 2}{12.56} = 37.68$$



مثال و تمرین

مثال (۱): تعداد یال‌ها و وجه‌ها و رأس‌های هرم مربع‌القاعده را بیابید.

پاسخ:

چون هرم مربع‌القاعده ۴ پهلو دارد پس داریم:

$$۵ = ۴ + ۱ = \text{تعداد وجه}$$

$$۸ = ۲ \times ۴ = \text{تعداد یال}$$

$$۵ = ۴ + ۱ = \text{تعداد رأس}$$

مثال (۲): ابعاد یک حجم هندسی را ۴ برابر کرده‌ایم، حجم و مساحت آن چند برابر می‌شود؟

پاسخ:

$$\text{مساحت } ۱۶ \text{ برابر می‌شود} \Rightarrow ۴ \times ۴ = ۱۶$$

$$\text{حجم } ۶۴ \text{ برابر می‌شود} \Rightarrow ۴ \times ۴ \times ۴ = ۶۴$$