

# فست بوك ریاضی دهم

آموزش سریع و آسان مفاهیم ریاضی

(یک صفحه آموزش، یک صفحه مثال)

ویدئو (شدهای تدریسی و ریاضی)

مؤلفان

نجمه قدالی

فاطمه بوروبور

انتشارات لوح برتر



سرشناسه	: قندالی، نجمه، ۱۳۶۱.
عنوان و نام پدیدآور	: فست بوک ریاضی دهم آموزش سریع و آسان مفاهیم ریاضی ویژه رشته‌های تجربی و ریاضی
مشخصات نشر	: تهران: لوح برتر، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۲۸۸ ص.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۷۴۱۲-۳۱-۲
وضعیت فهرست نویسی	: فیپای مختصر
یادداشت	: فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی <a href="http://opac.nlai.ir">http://opac.nlai.ir</a> قابل دسترسی است.
شناسه افزوده	: بوریور، فاطمه، ۱۳۵۳.
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۶۶۹۹۸۳



شماره‌ی پروانه نشر: ۹۶۹۷

نام کتاب:	فست بوک ریاضی دهم
ویژه رشته‌های تجربی و ریاضی	آموزش سریع و آسان مفاهیم ریاضی
انتشارات:	لوح برتر
مؤلفان:	نجمه قندالی، فاطمه بوریور
حروفچین:	هاجر سخنور
طرح جلد:	مجتبی حجازیان
نوبت چاپ:	اول ۱۳۹۶
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۷۴۱۲-۳۱-۲
تیراژ:	۲۰۰۰
تلفن:	۶۶۹۷۱۹۷۰ - ۶۶۱۷۵۰۵۳
ایمیل:	lohebartar@gmail.com
سامانه ارسال و دریافت پیامک:	۳۰۰۰۵۳۶۴۰۰۰۵۳۶
بها:	۲۰۰۰۰ تومان

حقوق چاپ و نشر، محفوظ و مخصوص ناشر است.

## فهرست

### فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله

آموزش درسینامه	۶
مثال و تمرین	۷
بیشتر بدانیم	۳۸

### فصل دوم: مثلثات

آموزش درسینامه	۴۶
مثال و تمرین	۴۷
بیشتر بدانیم	۷۴

### فصل سوم: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

آموزش درسینامه	۸۶
مثال و تمرین	۸۷
بیشتر بدانیم	۱۲۰

### فصل چهارم: معادله‌ها و نامعادله‌ها

آموزش درسینامه	۱۳۰
مثال و تمرین	۱۳۱
بیشتر بدانیم	۱۸۲

### آزمون نوبت اول

آزمون نوبت اول	۱۹۲
----------------	-----

### فصل پنجم: تابع

آموزش درسینامه	۱۹۶
مثال و تمرین	۱۹۷
بیشتر بدانیم	۲۳۰

### فصل ششم: شمارش، بدون شمردن

آموزش درسینامه	۲۴۰
مثال و تمرین	۲۴۱
بیشتر بدانیم	۲۵۴

### فصل هفتم: آمار و احتمال

آموزش درسینامه	۲۶۲
مثال و تمرین	۲۶۳
بیشتر بدانیم	۲۷۸

### آزمون نوبت دوم

آزمون نوبت دوم	۲۸۲
----------------	-----

## برنام اولگهرچر دایم از اوست

### مقدمه ناشر

با استقبال بی نظیر دانش آموزان عزیز از فست بوک های ریاضی هفتم، هشتم و نهم و درخواست بسیاری از دبیران فرهیخته متوسطه دوم، با عنایت پروردگار و همت گروه مؤلفان توانستیم مجموعه حاضر را با نام «**فست بوک ریاضی دهم**» ویژه رشته های تجربی و ریاضی با رویکرد آموزشی، یک صفحه آموزش، یک صفحه مثال، طراحی و تدوین کنیم.

برای آشنایی بیش تر شما عزیزان با این مجموعه برخی از ویژگی های اصلی آن را با هم مرور می کنیم:  
۱- کلیه مباحث کتاب درسی پایه دهم رشته تجربی و ریاضی را مطابق کتاب جدید التالیف دربرمی گیرد.

۲- سعی کرده ایم با زبانی ساده و روان، تمام مفاهیم ریاضی را آموزش دهیم. به طور کلی ساختار این کتاب به گونه ای است که صفحات زوج به آموزش و صفحات فرد به حل مثال، اختصاص داده شده است.

۳- برای دانش آموزان مستعدتر، در پایان هر فصل، مطالبی فراتر از سطح کتاب درسی با نام «بیش تر بدانیم» ارائه شده است.

۴- یک دوره آزمون های تشریحی ۲۰ نمره ای ویژه نیم سال اول و دو دوره آزمون پایان سال، تکمیل کننده این مجموعه است.

حجم مناسب، و جامع بودن این کتاب برای دانش آموزان هیجان انگیز است. ساختار این مجموعه به گونه ای است که کار دبیر در انتقال مفاهیم ریاضی به دانش آموزان، تسهیل و آسان شود.

امید است این مجموعه مورد استقبال دبیران فرهیخته و دانش آموزان عزیز و اولیا گرامی قرار گیرد. شما عزیزان می توانید نظرات، پیشنهادات و انتقادات خود را از طریق پل های ارتباطی زیر با ما در میان بگذارید.

صادق گرچی  
مدیر انتشارات لوح برتر

پل های ارتباطی شما با ما

۶۶۹۷۲۴۷۸ ۶۶۹۷۱۸۰۴ ۶۶۹۷۱۹۷۰ ۶۶۱۷۵۰۵۳

گروه تلگرامی: ۰۹۱۰۱۷۲۴۰۵۹

پست الکترونیکی: [Lohebartar@gmail.com](mailto:Lohebartar@gmail.com)

کانال های خبری انتشارات

کانال انتشارات @Lohebartarpub

سایت: [Lohebartar.ir](http://Lohebartar.ir)



# فصل اول

مجموعه، الگو و دنباله

## آموزش و درسیانه

## مجموعه‌های اعداد

معرفی مجموعه: یک دسته کاملاً مشخص و متمایز از اشیاء یا اعداد را مجموعه می‌نامیم. مجموعه‌ها را معمولاً با حروف بزرگ انگلیسی نمایش می‌دهیم.

یادآوری چند مجموعه:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

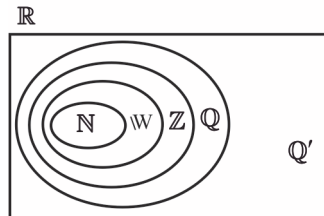
$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

مجموعه همه اعدادی که نتوان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد  $\mathbb{Q}' = \mathbb{Q}'$  نمایش داد. صحیح نمایش داد.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

نمایش مجموعه‌ها با نمودار ون:



رابطه زیرمجموعه بودن مجموعه‌های فوق به صورت زیر است:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$$

## مثال و تمرین

کج مثال (۱): از نماد ( $\in, \subseteq, \subset, \notin, \ni$ ) استفاده کنید.

الف)  $\frac{\pi}{2} \square \mathbb{Q}$

ب)  $\frac{1}{2} \square \mathbb{Q}'$

ج)  $2\sqrt{2} \square \mathbb{Z}$

د)  $3/14 \square \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$

هـ)  $\mathbb{R} \square \mathbb{Q}'$

و)  $\mathbb{R} - \mathbb{Q} \square \mathbb{Q}$

ز)  $\{0\} \square \mathbb{W} - \mathbb{N}$

ح)  $\mathbb{N} - \mathbb{W} \square \mathbb{Q}'$

ط)  $\mathbb{R} \square \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

پاسخ:

الف)  $\notin$

ب)  $\notin$

ج)  $\notin$

د)  $\in$

هـ)  $\not\subseteq$

و)  $\not\subseteq$

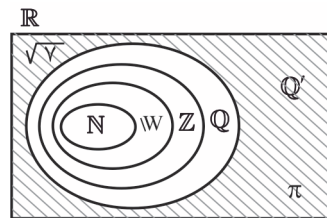
ز)  $\subseteq$

ح)  $\subseteq$

ط)  $=$

کج مثال (۲): مجموعه  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$  چه نام دارد؟ آن را روی نمودار ون نمایش دهید و دو عضو دلخواه از آن را بنویسید.

پاسخ:



مجموعه اعداد گنگ ( $\mathbb{Q}'$ ) نام دارد.

$\pi$  و  $\sqrt{2}$  دو عضو از این مجموعه هستند.

کج مثال (۳): درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف)  $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$

ب)  $(\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}) \subsetneq \mathbb{Q}$

پاسخ:

الف) درست

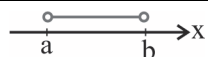

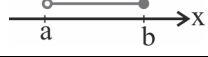
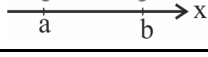
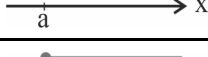
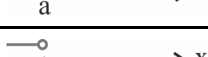
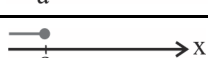
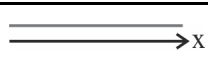
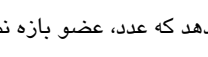
ب) نادرست

آموزش و درسیانه

بازه‌ها

تعریف بازه: زیرمجموعه‌هایی از  $\mathbb{R}$  که به شکل‌های زیر باشند، بازه یا فاصله می‌نامیم:  $(a < b)$

( $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی دلخواه و  $a < b$  می‌باشد).

نام‌گذاری بازه	نمایش هندسی (محوری)	نمایش با نماد بازه	نمایش به صورت مجموعه
بازه باز		$(a, b)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$
بازه بسته		$[a, b]$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$
بازه نیم‌باز		$(a, b]$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$
بازه نیم‌باز		$[a, b)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$
بازه باز		$(a, +\infty)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x\}$
بازه نیم‌باز		$[a, +\infty)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x\}$
بازه باز		$(-\infty, a)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x < a\}$
بازه نیم‌باز		$(-\infty, a]$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq a\}$
بازه باز		$(-\infty, +\infty)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$

\* پرانتز نشان می‌دهد که عدد، عضو بازه نمی‌باشد.

\* کروشه نشان می‌دهد که عدد، عضو بازه می‌باشد.

\*  $+\infty$  و  $-\infty$  اعداد حقیقی نیستند و یک نماد محسوب می‌شوند پس برای نمایش آن به صورت بازه از پرانتز استفاده می‌کنیم.



# فصل دوم

## مثلثات

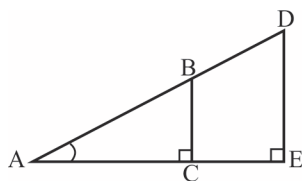


آموزش و درسیانه

نسبت‌های مثلثاتی

\* هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.

\* دو مثلث قائم‌الزاویه که دارای یک زاویه حاده یکسان باشند، در حالت (زز) با هم متشابه‌اند.



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A} = \text{مشترک} \\ \widehat{C} = \widehat{E} = 90^\circ \end{array} \right. \xrightarrow{\text{در حالت زز}} \begin{array}{l} \Delta ABC \sim \Delta ADE \\ \text{نسبت اضلاع} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \end{array} \quad \begin{array}{l} (1) \quad (2) \quad (3) \end{array}$$

$$(1), (2) \quad \frac{BC}{DE} \nearrow \frac{AB}{AD} \rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{DE}{AD} \rightarrow \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } A}{\text{طول وتر}} = \sin A$$

$$(3), (2) \quad \frac{AC}{AE} \nearrow \frac{AB}{AD} \rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD} \rightarrow \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } A}{\text{طول وتر}} = \cos A$$

$$(1), (3) \quad \frac{BC}{DE} \nearrow \frac{AC}{AE} \rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE} \rightarrow \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } A}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } A} = \tan A$$

\* عکس تانژانت زاویه  $A$  را کتانژانت می‌نامیم و آن را با  $\cot A$  نشان می‌دهیم و داریم:

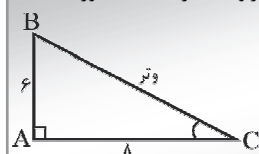
$$\cot A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } A}{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } A}$$

\* در یک مثلث قائم‌الزاویه نسبت‌های سینوس، کسینوس، تانژانت و کتانژانت را نسبت‌های مثلثاتی می‌گوییم.



### مثال و تمرین

مثال: در مثلث قائم‌الزاویه زیر، نسبت‌های مثلثاتی مربوط به زاویه  $C$  را به دست آورید.



✓ پاسخ: طبق رابطه فیثاغورس، وتر را به دست می‌آوریم:

$$\text{وتر} = \sqrt{100} = 10 \rightarrow \text{وتر} = 36 + 64 = 100 \rightarrow \text{وتر} = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\cot C = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

**فصل سوم**  
**توان‌های گویا و**  
**عبارت‌های جبری**



## آموزش و درسیانه

## ریشه و توان

ریشه و توان رابطه‌ای دوسویه با هم دارند.

$$3^2 = 9 \Leftrightarrow \sqrt{9} = 3$$

به عنوان مثال:

\* اگر  $n$  یک عدد طبیعی و  $n \geq 2$  باشد،  $b$  را یک ریشه  $n$ ام عدد  $a$  می‌نامیم. هرگاه:

$$b^n = a$$

\* با توجه به رابطه دوسویه بین توان و ریشه داریم:

$$b^n = a \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} = b$$

$$(-5)^3 = -125 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-125} = -5$$

به عنوان مثال:

$$\sqrt[3]{64} = 4 \Leftrightarrow 4^3 = 64$$

\* اعداد مثبت دو ریشه زوج دارند.

\* اعداد منفی ریشه زوج ندارد.

\* هر عدد حقیقی یک ریشه فرد هم‌علامت با خودش دارد.

## مثال و تمرین

کج مثال (۱): جاهای خالی را پر کنید.

الف) هر عدد مثبت دارای ..... ریشهٔ چهارم است که ..... یکدیگرند.  
 ب) هر عدد مثبت یا منفی دارای ..... ریشهٔ پنجم است. اگر عدد مثبت باشد، ریشهٔ پنجم آن مثبت و اگر عدد منفی باشد ریشهٔ پنجم آن ..... است.  
 ج) عدد  $-۸۱$  ریشهٔ چهارم ..... .

پاسخ:

الف) دو، قرینه      ب) یک، منفی      ج) ندارد.

کج مثال (۲): تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف)  $(۰/۲۵)^۲ = ۰/۰۶۲۵ \Leftrightarrow \dots\dots\dots$       ب)  $۱^۶ = ۱ \Leftrightarrow \dots\dots\dots$   
 ج)  $\sqrt[۵]{-۳۲} = -۲ \Leftrightarrow \dots\dots\dots$       د)  $\sqrt[۴]{\frac{۱}{۱۰۰۰۰}} = \frac{۱}{۱۰} \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

پاسخ:

$$\text{الف) } (۰/۲۵)^۲ = ۰/۰۶۲۵ \Leftrightarrow \sqrt{۰/۰۶۲۵} = ۰/۲۵$$

$$\text{ب) } ۱^۶ = ۱ \Leftrightarrow \sqrt[۶]{۱} = ۱$$

$$\text{ج) } \sqrt[۵]{-۳۲} = -۲ \Leftrightarrow (-۲)^۵ = -۳۲$$

$$\text{د) } \sqrt[۴]{\frac{۱}{۱۰۰۰۰}} = \frac{۱}{۱۰} \Leftrightarrow \left(\frac{۱}{۱۰}\right)^۴ = \frac{۱}{۱۰۰۰۰}$$

## آموزش و درسیانه

 مقدار تقریبی و دقیق  $\sqrt[n]{a}$ 

\* هرگاه در عبارت  $\sqrt[n]{a}$ ، تساوی  $a = b^n$  برقرار باشد، می‌توانیم مقدار دقیق  $\sqrt[n]{a}$  را

$$\sqrt{36} \xrightarrow[26=6^2]{\text{بنابراین دارای مقدار دقیق است}} \sqrt{36} = 6 \quad \text{محاسبه کنیم. به عنوان مثال:}$$

\* هرگاه عبارت  $\sqrt[n]{a}$  را نتوانیم به صورت  $a = b^n$  بنویسیم، بنابراین مقدار دقیق  $\sqrt[n]{a}$  قابل محاسبه نیست و فقط با ماشین حساب می‌توانیم مقدار تقریبی دقیق‌تری را برای آن به دست آوریم.

$$\sqrt[3]{25} \xrightarrow[25 \neq b^3]{\text{مقدار تقریبی با استفاده از ماشین حساب}} \sqrt[3]{25} \rightarrow 2.924\dots$$

\* هرچه تعداد ارقام بعد از اعشار بیش‌تر باشد یا مقدار دقیق‌تری حاصل می‌شود.

\* محاسبه مقدار تقریبی  $\sqrt[n]{a}$  را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

برای محاسبه مقدار تقریبی عدد  $\sqrt[3]{25}$  به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \\ \sqrt[3]{8} & < & \sqrt[3]{25} & < & \sqrt[3]{27} \end{array}$$

چون عدد ۲۵ به ۲۷ نزدیک‌تر است پس اعداد اعشاری نزدیک به ۳ را انتخاب می‌کنیم:

$$(2/8)^3 = 21/952, \quad (2/9)^3 = 24/389$$

چون عدد ۲۴/۳۸۹ به ۲۵ نزدیک‌تر است پس مقدار تقریبی  $\sqrt[3]{25}$  با تقریب یک رقم اعشار برابر ۲/۹ می‌باشد. برای محاسبه مقدار دقیق‌تر، مقدار تقریب را بیش‌تر می‌کنیم.



**فصل چهارم**  
**معادله‌ها و نامعادله‌ها**





## معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن

\* هر معادله به شکل

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

که در آن  $a$ ،  $b$  و  $c$  اعداد حقیقی هستند را یک معادله درجه دوم می‌نامیم.

\* درجه یک معادله پس از ساده کردن آن تعیین می‌شود.

به عنوان مثال  $x^2 - 2x - 3 = 0$  یک معادله درجه ۲ است ولی  $x^2 - 3x - x^2 = 0$  یک

معادله درجه دوم نیست زیرا پس از ساده شدن بزرگ‌ترین توان متغیر آن یک است.

\* برای حل معادلات درجه دوم می‌توان از روش‌های زیر استفاده کرد:

۱- روش تجزیه

۲- ریشه‌گیری

۳- مربع کامل کردن

۴- فرمول کلی (روش دلتا)



### مثال و تمرین

**مثال:** در هر مورد درجهٔ معادله را تعیین کرده و در معادله یا معادله‌های درجه دوم، مقدار ضریب a و b و c را بنویسید.

الف)  $3x^2 - 5x + 3 = 3x(x - 2) + 5$

ب)  $x(x + 2) = 3x^2 - 3$

✓ پاسخ:

الف)  $3x^2 - 5x + 3 = 3x(x - 2) + 5$

ابتدا عبارت را تا جایی که امکان دارد ساده می‌کنیم.

$$\cancel{3x^2} - 5x + 3 = \cancel{3x^2} - 6x + 5$$

$$-5x + 3 + 6x - 5 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0$$

این معادله، درجه اول می‌باشد.

ب)  $x(x + 2) = 3x^2 - 3$

$$x^2 + 2x = 3x^2 - 3$$

$$x^2 + 2x - 3x^2 + 3 = 0$$

$$-2x^2 + 2x + 3 = 0$$

این معادله، درجه دوم است و داریم:

$$a = -2, \quad b = 2, \quad c = 3$$

## آموزش و درسیانه

## حل معادله درجه دوم به روش تجزیه

در حل معادله درجه دوم به روش تجزیه، از روش‌های تجزیه‌ای که تاکنون آموخته‌ایم کمک می‌گیریم.

**\* ویژگی حاصل‌ضرب صفر**

اگر  $A$  و  $B$  دو عبارت جبری باشند و  $AB = 0$ ، آنگاه حداقل یکی از این دو عبارت صفر است؛ یعنی:

$$AB = 0 \rightarrow A = 0 \text{ یا } B = 0$$

\* برای اطمینان از صحت جواب‌های حاصل شده، می‌توانیم آن‌ها را در معادله امتحان کنیم.

**تمرین:** معادله درجه دوم زیر را به روش تجزیه حل کنید و جواب‌های خود را آزمایش کنید.

$$x^2 + 4x = 0$$

✓ پاسخ:

$$x^2 + 4x = 0 \rightarrow x(x + 4) = 0 \rightarrow \boxed{x = 0} \text{ یا } x + 4 = 0 \rightarrow \boxed{x = -4}$$

آزمایش جواب‌ها:

$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow 0^2 + 4(0) = 0 \Rightarrow 0 = 0 \checkmark \\ x = -4 \rightarrow (-4)^2 + 4(-4) = 0 \Rightarrow 16 - 16 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \checkmark \end{cases}$$

**آزمون نوبت  
اول**



ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>در جاهای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) اگر <math>A \subseteq B</math> و <math>B</math> مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه <math>A</math> مجموعه‌ای ..... خواهد بود.</p> <p>ب) حاصل <math>\sin^2 85^\circ + \cos^2 85^\circ</math> برابر ..... است.</p> <p>ج) حاصل <math>\sqrt[3]{-0/01} \times \sqrt[3]{2/7}</math> برابر ..... است.</p> <p>د) اگر <math>(-3, 7)</math> و <math>(0, 7)</math> دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن به صورت ..... <math>x =</math> می‌باشد.</p>	۱
۲	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>۱) اگر تمام اعضای مجموعه اعداد حسابی را قرینه کنیم، کدام مجموعه به دست می‌آید؟                  الف) <math>\mathbb{Q} - \mathbb{N}</math>    ب) <math>\mathbb{Z} - \mathbb{N}</math>    ج) <math>\mathbb{Z} - \mathbb{W}</math>    د) <math>\mathbb{W} - \mathbb{N}</math></p> <p>۲) اگر <math>\tan \theta &lt; 0</math> و <math>\sin \theta &gt; 0</math> باشد، آن‌گاه زاویه <math>\theta</math> در کدام ربع قرار دارد؟                  الف) اول    ب) دوم    ج) سوم    د) چهارم</p> <p>۳) حاصل عبارت <math>(x-1)(x^2+x+1)+1</math> کدام است؟                  الف) <math>x^3</math>    ب) <math>(x-1)^3</math>    ج) <math>x^3-1</math>    د) <math>x^3+1</math></p> <p>۴) طول رأس سهمی <math>y = 2x^2 - 4x</math> برابر کدام است؟                  الف) ۱    ب) -۱    ج) ۲    د) -۲</p>	۱
۳	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی.</p> <p>ب) شیب خطی که با محور <math>x</math> زاویه <math>30^\circ</math> می‌سازد، برابر <math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math> است.</p> <p>ج) اگر <math>n</math> زوج باشد آن‌گاه <math>(\sqrt[n]{a})^n = a</math> است.</p> <p>د) معادله <math>x^2 - 6x + 9 = 0</math> دارای دو ریشه حقیقی متمایز است.</p>	۱
۴	<p>به سؤالات زیر به طور کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) جمله عمومی الگوی شکل زیر را بیابید.</p> <p>ب) زاویه <math>65^\circ</math> بین کدام زوایای مرزی قرار دارد.</p> <p>ج) عبارت <math>x^3 - 8</math> را تجزیه کنید.</p> <p>د) جواب معادله <math>x^2 + 5 = 0</math> را به کمک ریشه‌گیری به دست آورید.</p>	۲

**فصل پنجم**

**تابع**



آموزش و درسیانه

رابطه

بسیاری از پدیده‌های پیرامون ما به نوعی با هم ارتباط دارند.

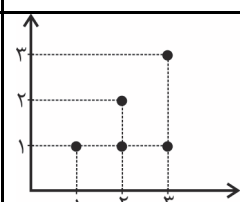
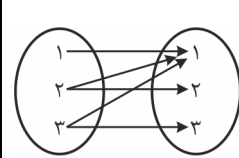
مثال:

- نمره‌هایی که به یک دانش‌آموز در دروس مختلف تعلق می‌گیرد.
- عددی که به جمعیت شهرها نسبت داده می‌شود.
- به کمک مجموعه‌ها و پیکان‌ها می‌توان اعضای که به هم مربوط هستند را مشخص کرد.
- به این شیوه نمایش، نمودار پیکانی می‌گوییم.

تمرین: جدول زیر را کامل کنید.

نمودار مختصاتی	نمودار پیکانی	توصیف رابطه
		به هر عدد طبیعی کم‌تر از ۴ شماره‌های آن را نسبت می‌دهد.

پاسخ:

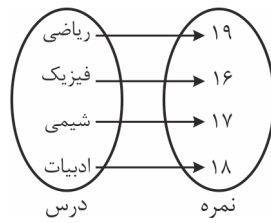
نمودار مختصاتی	نمودار پیکانی	توصیف رابطه
		<p>به هر عدد طبیعی کم‌تر از ۴ شماره‌های آن را نسبت می‌دهد.</p>

## مثال و تمرین

مثال: در جدول زیر، نمره هر درس علی مشخص شده است. نمودار پیکانی را رسم کنید.

درس	ریاضی	فیزیک	شیمی	ادبیات
نمره	۱۹	۱۶	۱۷	۱۸

پاسخ:





## آموزش و درسیانه

## تابع و باز‌نمایی‌های آن

یک تابع از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$ ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از  $A$  دقیقاً یک عضو از  $B$  نسبت داده می‌شود.

\* نمایش تابع به صورت‌های زیر می‌باشد:

جدول، نمودار پیکانی، زوج‌های مرتب و نمودار مختصاتی (هندسی)

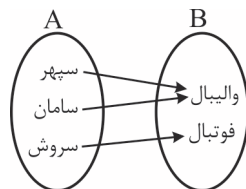
**تمرین:** جدول زیر مربوط به رشته‌های مورد علاقه‌ی سه دانش‌آموز است. نمودار پیکانی آن را رسم کنید.

سروش	سامان	سپهر	دانش‌آموز
فوتبال	والیبال	والیبال	رشته‌ی ورزشی

پاسخ:

مجموعه  $A$  ← دانش‌آموزان

مجموعه  $B$  ← رشته‌های ورزشی



\* نکات مربوط به نمایش تابع به صورت نمودار پیکانی:

۱- از هر عضو  $A$ ، دقیقاً یک پیکان خارج می‌شود.

۲- به هر عضو  $B$ ، می‌تواند بیش از یک پیکان وارد شود.

۳- ممکن است به عضوی از  $B$ ، پیکانی وارد نشود.

**فصل ششم**  
**شمارش، بدون شمردن**



## آموزش و درسیانه

## اصل جمع

**اصل جمع:** اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به طوری که برای انجام روش اول  $m$  انتخاب و برای انجام روش دوم  $n$  انتخاب وجود داشته باشد، آن‌گاه برای انجام کار مورد نظر،  $m + n$  انتخاب وجود دارد.

\* توجه کنید که نهایتاً قرار است کار مورد نظر فقط با یکی از شیوه‌ها انجام شود. به عنوان مثال: سارا قصد دارد برای تولدش، دوستان خود را به یک میهمانی دعوت کند. اگر او بخواهد در این میهمانی، شام «یا» آبمیوه بدهد، به طوری که برای شام سه انتخاب و برای آبمیوه چهار انتخاب داشته باشد، او برای پذیرایی از دوستان خود چند انتخاب دارد؟

توجه داشته باشید که بهار قصد دارد در این میهمانی «فقط»، شام یا آبمیوه بدهد. بنابراین طبق اصل جمع ( $3 + 4 = 7$ )، تعداد هفت انتخاب برای پذیرایی از میهمان‌ها وجود دارد.

**تعمیم اصل جمع:** اگر کاری را بتوان به  $k$  روش انجام داد به طوری که برای انجام روش اول  $m_1$  انتخاب، برای انجام روش دوم  $m_2$  انتخاب، ... و برای انجام روش  $k$ ام  $m_k$  انتخاب داشته باشیم؛ آن‌گاه برای انجام کار مورد نظر،  $m_1 + m_2 + \dots + m_k$  انتخاب وجود دارد.



### مثال و تمرین

**مثال (۱):** سارا قصد دارد برای تولد خواهرش یک شال، یا، یک ساعت مچی و یا یک بلوز هدیه بخرد. اگر برای خرید شال ۵ انتخاب و برای خرید ساعت مچی ۲ انتخاب و برای خرید بلوز ۳ انتخاب داشته باشد، در این صورت او برای خرید هدیه چند امکان‌ها انتخاب دارد؟

**پاسخ:**  سارا برای خریدن هدیه ۱۰ انتخاب دارد.  $5 + 2 + 3 = 10$

**مثال (۲):** می‌خواهیم رأس‌های مثلث زیر را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم:  
 الف) به چند طریق این کار امکان‌پذیر است؟  
 ب) به چند طریق می‌توان این رنگ‌آمیزی را انجام داد  
 به گونه‌ای که رأس‌هایی که به هم وصل‌اند، هم‌رنگ نباشند؟



**پاسخ:**

الف) به ۶ طریق می‌توان رأس‌های مثلث را رنگ‌آمیزی کرد.

$$2 + 2 + 2 = 6$$

ب) این کار امکان‌پذیر نمی‌باشد، زیرا هر رأس به دو رأس دیگر مثلث وصل است.

## آموزش و درسیانه

## اصل ضرب

**اصل ضرب:** اگر انجام کاری از دو مرحله تشکیل شده باشد، به طوری که برای انجام مرحله اول  $m$  انتخاب و برای انجام مرحله دوم  $n$  انتخاب وجود داشته باشد، آن‌گاه برای انجام کار مورد نظر  $m \times n$  انتخاب وجود دارد.

\* توجه کنید که هر دو مرحله باید انجام پذیرد.

به عنوان مثال: بهار قصد دارد به خاطر تولدش دوستان خود را به یک میهمانی دعوت کند. اگر او قصد داشته باشد در این میهمانی هم شام «و» هم آبمیوه بدهد، به طوری که برای شام ۳ انتخاب و برای آبمیوه ۴ انتخاب داشته باشد، او برای پذیرایی از دوستان خود چند انتخاب دارد؟

توجه داشته باشید که بهار قصد دارد در این میهمانی هم شام «و» هم آبمیوه بدهد. بنابراین طبق اصل ضرب ( $3 \times 4 = 12$ )، تعداد دوازده انتخاب برای پذیرایی از میهمان‌ها وجود دارد.

**تعمیم اصل ضرب:** اگر انجام کاری از  $k$  مرحله تشکیل شده باشد؛ به طوری که برای انجام مرحله اول  $m_1$  انتخاب، برای مرحله دوم  $m_2$  انتخاب، ... و برای انجام مرحله  $k$ ام  $m_k$  انتخاب وجود داشته باشد، آن‌گاه برای انجام کار مورد نظر  $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_k$  انتخاب وجود دارد.

**فصل هفتم**  
**آمار و احتمال**



## آموزش و درسیانه

## فضای نمونه‌ای

آزمایش (پدیده) تصادفی: پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی را که نتیجه آن به طور دقیق قابل پیش‌بینی نباشد اما از همه حالت‌های ممکن به وقوع پیوستن آن‌ها مطلع باشیم، پدیده‌ها یا آزمایش‌های تصادفی می‌نامیم. مثل پرتاب سکه، پرتاب تاس و جنسیت فرزندان.

فضای نمونه‌ای: مجموعه شامل همه نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه‌ای آن آزمایش نامیده و آن را با  $S$  نمایش می‌دهیم و تعداد عضوهای آن را با  $n(S)$  نشان می‌دهیم. مثلاً در پرتاب یک تاس، فضای نمونه‌ای و تعداد عضوهای آن به صورت زیر است:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(S) = 6$$

\* تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پدیده تصادفی جنسیت فرزندان یک خانواده  $n$  فرزندی برابر است با:

$$n(S) = 2^n$$

\* در پرتاب  $n$  سکه سالم با هم یا در  $n$  بار پرتاب یک سکه، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای به صورت زیر است:

$$n(S) = 2^n$$

\* در پرتاب  $n$  تاس سالم با هم یا در  $n$  بار پرتاب یک تاس، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای به صورت زیر است:

$$n(S) = 6^n$$

\* در پرتاب  $m$  تاس و  $n$  سکه تعداد اعضای فضای نمونه‌ای به صورت زیر است:

$$n(S) = 6^m \times 2^n$$

\* تعداد اعضای فضای نمونه‌ای انتخاب  $k$  مهره از  $n$  مهره متمایز به صورت زیر است:

$$n(S) = \binom{n}{k}$$



## مثال و تمرین

کج مثال: در هر مورد تعداد اعضای فضای نمونه‌ای را بنویسید:

الف) آزمایش جنسیت فرزندان یک خانواده چهار فرزندی.

ب) آزمایش پرتاب یک سکه سالم ۵ بار.

ج) آزمایش پرتاب دو تاس سالم.

د) آزمایش پرتاب یک تاس و سه سکه.

هـ) آزمایش انتخاب سه مهره از ۷ مهره درون یک کیسه.

پاسخ:

الف) فرمول:  $n(S) = 2^n \xrightarrow{n=4} n(S) = 16$

اصل ضرب:  $n(S) = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} = 16$

(جنسیت فرزندان دو حالت دارد: «دختر و پسر»)

ب) فرمول:  $n(S) = 2^n \xrightarrow{n=5} n(S) = 32$

اصل ضرب:  $n(S) = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} = 32$

(سکه دو حالت دارد: «پشت و رو»)

ج) فرمول:  $n(S) = 6^n \xrightarrow{n=2} n(S) = 36$

اصل ضرب:  $n(S) = \underline{6} \times \underline{6} = 36$

(تاس ۶ حالت دارد: «۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶»)

د) فرمول:  $n(S) = 6^m \times 2^n \xrightarrow[n=3]{m=1} n(S) = 48$

اصل ضرب:  $n(S) = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تاس}}}{6} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{سکه}}}{2} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{سکه}}}{2} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{سکه}}}{2} = 48$

هـ) چون در انتخاب مهره، ترتیب اهمیت ندارد بنابراین از ترکیب استفاده می‌کنیم:

$$n(S) = \binom{n}{k} \xrightarrow[k=3]{n=7} n(S) = \binom{7}{3} = 35$$